



# Posouzení metody částečného hedgingu na případu řízení měnového rizika nefinanční instituce

Tomáš TICHÝ, VŠB-TU Ostrava<sup>i</sup>

## Abstract

*Financial risk management is an inherent part of each business activity. The analysis of available hedging strategies, their interconnection with efficient market and firm value theories, as well as various empirical studies are regular theme of scientific papers. In this study we focus on an alternative approach to hedging of financial risk of non-financial institutions – the partial hedging approach with shortfall acceptance. This approach initiates from Föllmer and Leukert (1999) method of quantile hedging. It is also related to cashflow at risk approach of Stein et al. (2001). The approach to hedging presented in this paper is based on a combined option position, so that a substantial decrease in initial capital needs can be achieved by accepting of some probability of shortfall. The strategy is studied under various circumstances given e.g. by risk neutral and real market probabilities. Simultaneously, it is compared to more standard strategies of hedging. Finally, we present two interesting findings: (i) real world probability of shortfall significantly differs from the risk neutral one, (ii) at first sight insignificant error in simulation results can have important influence on the interpretation of partial hedging strategies.*

## Keywords

*Combined option payoff, FX rate risk, hedging strategies, quantile hedging, VaR*

**JEL:** G13, G32, F31

<sup>i</sup> Department of Finance, Faculty of Economics, VŠB-Technical University of Ostrava, Sokolská 33, 701 21 Ostrava, Czech Republic.

[tomas.tichy@vsb.cz](mailto:tomas.tichy@vsb.cz)

This research is due to the support provided by GAČR (Czech Science Foundation – Grantová Agentura České Republiky) under the project No. 402/08/1237. The support is greatly acknowledged.

## 1. Úvod

Nedílnou součástí ekonomických aktivit jakéhokoliv subjektu je rozhodování o množství rizika, kterému bude vystaven. V rámci toho lze rozlišit rizika finanční a nefinanční, jako například riziko tržní a jedinečné na straně jedné a obchodní či podnikatelské na straně druhé.

Při určitém zjednodušení lze za redistributory finančních rizik považovat finanční instituce. Právě tato jejich aktivita umožňuje subjektům, které projeví zájem, se finančního rizika buď vzdát, nebo jej naopak

převzít. Pro nefinanční instituce, jako jsou výrobní podniky či poskytovatelé nefinančních služeb, je uvedena funkce klíčová pro úspěšné řízení finančního rizika tak, aby bylo maximalizováno základní kritérium instituce, řekněme maximalizace tržní hodnoty.

Optimální řízení finančního rizika, respektive odstranění jeho vybrané části, má pozitivní dopad na hodnotu firmy jednak z důvodu existence tržních nedokonalostí (nenulové náklady bankrotu, špatný přenos informací), jednak umožňuje subjektu soustředit více svých kapacit (lidských, finančních) na

činnosti, ve kterých má ekonomickou výhodu (výroba, poskytování služeb).

Samotná procedura řízení finančních rizik je taktéž označována jako *hedging*. Někdy se rozlišuje *hedging* v užším slova smyslu, který představuje fixaci budoucích cen – dochází tak k odstranění jak negativních výkyvů, tak výkyvů pozitivních. Oproti tomu stojí takzvané pojištění (*insurance*), které se snaží zamezit nepříznivému vývoji při současně zachované možnosti profitovat z vývoje příznivého.

Analýza a studium strategií hedgingu nefinančních institucí, teoretická provázanost s teorií efektivních trhů a hodnotou firmy i empirická šetření zaměřená na postoj vrcholového managementu k hedgingu jsou trvalým námětem vědeckých i ryze odborných studií. Z nejčerstvějších publikací lze jmenovat například Bartramovu (2007) analýzu citlivosti jak firemních cashflow, tak ceny akcií na měnové riziko nebo snahu Friberga a Ganslandta (2007) o vyjádření odlišnosti mezi produkty na trhu právě pomocí citlivosti na měnové riziko.

V tomto článku je nicméně pozornost zaměřena na alternativní metodu hedgingu finančního rizika v širším slova smyslu. Cílem tedy je představit a posoudit metodu částečného hedgingu na bázi opce s kombinovanou výplatou, pro odvození matematických základů viz Föllmer a Leukert (1999). Tato strategie umožňuje vhodným způsobem odstranit riziko nepříznivého vývoje při současně zachované možnosti profitovat z vývoje příznivého, přičemž jako významný faktor je chápán objem výchozího kapitálu potřebného pro realizaci strategie. Strategie částečným způsobem reaguje na přístup CFaR (*cashflow at risk*), studovaný Steinem a kol. (2001).

Vybrané přístupy jsou aplikovány a porovnávány se základními strategiemi (viz Tichý, 2007) pro případ subjektu výrobního typu, který očekává nutnost budoucí platby v zahraniční měně. Jedná se tedy o řízení měnového rizika – právě to je totiž u nefinančních institucí nejčastěji řízeno pomocí aktivit s finančními deriváty. Významné je sice i riziko vyplývající ze změny cen komodit, to však je nejčastěji řešeno prostřednictvím dlouhodobých smluv s obchodními partnery.

Postup je následující. V úvodní kapitole jsou stručně vysvětleny základní motivy hedgingu nefinančních institucí. Poté je objasněna základní terminologie finančních derivátů, přičemž se postupuje ve shodě s Hullem (2008) či Tichým (2006), je však abstrahováno od detailů, které nejsou podstatné pro dosažení cíle článku.

Další část článku je zaměřena na dílčí přístupy k řízení finančních rizik. Nejprve jsou shrnuty základní strategie (krytá pozice, nekrytá pozice, metoda s forwardy, metoda s opcemi), následně je objasněn

princip strategie částečného zajištění na bázi opce s kombinovanou výplatou. Tato strategie je v aplikační části článku srovnána se základními přístupy v rámci prostředí definovaného rizikově neutrálními i reálnými pravděpodobnostmi.

## 2. Motivy hedgingu nefinančních institucí

Obecně se má za to, že nefinanční instituce jsou zakládány za účelem provozování činnosti nefinančního charakteru, ať už se jedná o poskytování služeb, obchod či výrobu. Při určitém zjednodušení lze říci, že přitom dosahují zisku jako odměny za podstoupené obchodní či podnikatelské riziko a taktéž prokázanou invenci. Rozhodně však nejsou vytvářeny za účelem přebírání rizika finančního. Jak implikuje již samotné označení, takové aktivity jsou jedním ze základních důvodů existence institucí finančních.

Finančním rizikem je zpravidla chápáno zejména riziko *tržní*, či přesněji riziko vyplývající ze *změny tržních cen* různých finančních aktiv, jako jsou akcie, dluhopisy, měny a případně též finanční deriváty a komodity, a riziko *úvěrové* nebo též *kreditní*, které souvisí se schopností protistrany dostát svým závazkům a má tedy vysokou dávku jedinečnosti. Mezi finanční rizika lze rovněž zařadit riziko *likvidity* a *operační* riziko.

V tomto článku je pozornost zaměřena na možnosti snížení či dokonce celkového odstranění *měnového* rizika, které je chápáno jako součást rizika *tržního*. Právě měnové riziko má významný podíl na celkovém riziku nefinančních institucí a rovněž patří k rizikům, která jsou nejčastěji řízena. Pro subjekt, který obchoduje se zahraničím, má totiž neočekávaná změna měnového kurzu<sup>1</sup> zásadní dopad na ziskovost, ať už vzhledem k prostředkům vydávaným za vstupy (očekávaná krátká pozice v zahraniční měně) nebo získaným za prodej výstupů (očekávaná dlouhá pozice v zahraniční měně). Zatímco v prvním případě vede posílení (zdražení) zahraniční měny ke zvýšení nákladů a oslabení (zlevnění) zahraniční měny ke snížení nákladů, ve druhém případě tomu je z pohledu zisku naopak. Posílení zahraniční měny sice opět vede k růstu, avšak tentokrát výnosů z prodeje produktů. Obdobně, oslabení zahraniční měny vede ke snížení výnosů a potažmo i zisku.

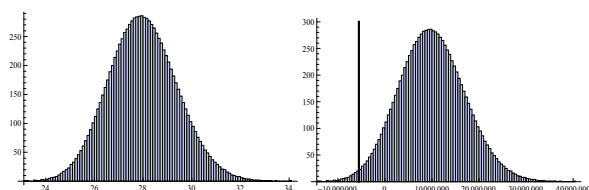
Je tedy nasnadě, že omezení měnového rizika vede, *ceteris paribus*, k jednoznačnému snížení rozptylu možného výsledku hospodaření subjektu. Tento efekt nyní přiblížíme pomocí zjednodušeného příkladu. Předpokládejme firmu *FA*, jejíž veškeré

<sup>1</sup> Očekávaná změna měnového kurzu by měla být zahrnuta v cenové kalkulaci.

náklady jsou v domácí měně (CZK), avšak zákazníci platí v měně zahraniční (EUR). Při současném kurzu  $S_0 = 28.00$  CZK/EUR, ceně za jeden výrobek  $P = 5\,000$  EUR, nákladech na jeden výrobek  $130\,000$  CZK a nasmulovanému objemu produkce na jeden rok  $Q = 1\,000$  je zisk  $10$  mil. CZK. Tento zisk však lze očekávat pouze v průměru, neboť jeho skutečná výše bude dána aktuálním kurzem CZK/EUR. Předpokládejme, že budoucí očekávaný kurz odpovídá současnému a že směrodatná odchylka výnosů kurzu je pro rozhodné období  $\sigma = 0.05\%$ . Pak lze pravděpodobnostní rozložení budoucího kurzu  $S_T$  modelovat pomocí geometrického Brownova pohybu (předpokládáme, že náhodná složka je na bázi přírůstku Wienerova procesu  $W$ , tedy normovaného normálního rozdělení pravděpodobnosti) následovně:

$$S_T = S_0 \cdot \exp\left[-\sigma^2/2 + \sigma \cdot W\right]. \quad (1)$$

Na základě tohoto vztahu generujeme  $10\,000$  náhodných scénářů vývoje. Výsledné pravděpodobnostní rozdělení konečného kurzu  $S_T$  je zachyceno pomocí histogramu v levé části obrázku 1, v pravé části pak uvádíme dopad na pravděpodobnostní rozdělení zisku firmy  $FA$ . Je zřejmé, že střední hodnota zisku sice je  $10$  mil CZK, avšak existuje významná pravděpodobnost, že zisk bude  $30$  mil CZK nebo dokonce dojde ke ztrátě  $10$  mil CZK. Zde je možné určit tzv. *EaR* (*Earnings at Risk*). V daném případě dojde s pravděpodobností  $1\%$  k menšímu zisku než  $-5.5$  mil. CZK, tj. pro  $S_T \leq 24$ . Doplňme též, že střední hodnota tohoto krajního výsledku bude přibližně  $-7.6$  mil. CZK.



**Obrázek 1** Histogram pravděpodobnostního rozdělení konečného kurzu (vlevo) a zisku (vpravo)

V této souvislosti je nutné zmínit, že uvedená proměnlivost zisku nikterak nesouvisí s výrobním procesem a neměla by být provázána na odměňování běžných úseků podniku. Základní otázkou totiž je co vyrobit, pro koho a jak to vyrobit, skutečný budoucí kurz pak nikterak nesouvisí s kvalitou výrobku. Fixaci budoucího kurzu na úroveň kurzu očekávaného proto lze chápat jako pozitivní přínos.

Lze namítnout, že za snižování rizika, ať už podnikatelského nebo finančního, by firma neměla být odměňována růstem své hodnoty, neboť to stejné mohou učinit samotní investoři (majitelé) prostřednictvím vhodně zvolené struktury celkového portfolia. To však platí jen ve značně zidealizovaném případě, viz například známý model MMI (Miller a Modigliani,

1958). V reálu je však nutné pracovat s mnoha dalšími faktory, které zabraňují ekvivalenci kroků firmy a jednotlivce.

V souvislosti se snižováním finančního rizika se jedná především o náklady úpadku. Ztráta způsobená nepříznivým vývojem na finančních trzích totiž může mít výrazný dopad na likviditu společnosti, omezit její solventnost a potažmo způsobit i bankrot. Nedostatek prostředků obecně způsobuje snížení výkonu subjektu vzhledem k přehodnocení obchodně-partnerských vztahů, možnému odchodu klíčových zaměstnanců, nemožnosti realizovat investiční příležitosti a samozřejmě též odvádí management od běžného řízení. Samotný bankrot pak tyto problémy dále prohlubuje, přičemž je nutné nad rámec běžných nákladů financovat dodatečně, s bankrotem související aktivity. Mezi další pozitiva stabilizovaného cash flow, ceteris paribus, je možné zařadit zjednodušené řešení běžného chodu podniku, efektivnější přenos informací investorům či obecně všem stakeholdrům apod.<sup>2</sup>

Na druhou stranu existují i prvky spojené s řízením finančních rizik, které mohou mít negativní dopad na celkovou situaci podniku. Jedná se zejména o růst rizika při nevhodně zvolených strategiích a taktéž o abnormálně vysoké transakční náklady v případě nízké likvidity zvoleného produktu (nízká konkurence na trhu). Dalším prvkem, který mluví proti snižování rizika, je princip reálných opcí – na hodnotu vlastního kapitálu je možné pohlížet jako na opci na zpětný odkup aktiv podniku od věřitelů za nominální hodnotu dluhu.

V neposlední řadě je nutné zmínit možný dopad platných účetních předpisů, vyžadujících v některých případech účtovat o pozicích ve finančních derivátech v tzv. reálné hodnotě včetně pravidelného přeceňování, zatímco zajišťovaná potřeba budoucí platby ve výkazech zohledněna není. Ačkoliv jsou tedy obě pozice vzájemně kompenzovány, při zohlednění účetních předpisů dochází k fluktuaci vykazovaných ukazatelů.<sup>3</sup>

<sup>2</sup> Podrobněji jsou přínosy hedgingu analyzovány Smithem a Stulzem (1985), případně Rossem (1996) a Stulzem (1996).

<sup>3</sup> Nedávná studie vypracovaná pod hlavičkou Deutsche Bank (viz Servaes a Tufano, 2006) ukázala minimální dopad zavedení příslušných standardů IFRS, konkrétně článku 39, na ochotu se zajišťovat proti finančním rizikům, respektive na spektrum aplikovaných postupů. Je však nutné zdůraznit, že většina subjektů udávala aplikaci zajišťovacího účetnictví, což není vždy průchodné.

### 3. Finanční deriváty

Při aktivitách na finančních trzích je nutné rozlišovat *dlouhou pozici* a *krátkou pozici*. Dlouhou pozici lze chápat jako (odložené) vlastnictví finančního aktiva. S touto pozicí je spojen peněžní výdaj na počátku (v okamžiku otevření pozice – pořízení aktiva) a peněžní příjem v okamžiku ukončení pozice. Oproti tomu krátká pozice představuje (odložený) závazek vůči protistraně dodat předmětné aktivum. S krátkou pozicí je spojen peněžní příjem na počátku (prodej aktiva na krátko) a peněžní výdaj při ukončení pozice – předmětné aktivum je zpětně odkoupeno, jelikož je nutné jej vrátit.

V případě hedgingu dochází ke kombinaci budoucích očekávaných pozic, respektive z nich plynoucích peněžních toků tak, aby byla odstraněna citlivost celkové pozice (portfolia dílčích pozic) na vybrané faktory. Hedging nefinančních institucí je zpravidla prováděn za účelem zajištění pozic v primárních aktivech prostřednictvím otevření pozic ve finančních derivátech. Primárními aktivy jsou pro tyto účely myšleny základní nástroje finančního trhu jako *dluhové cenné papíry*, *majetkové cenné papíry* a taktéž *měny* či *komodity*. V této práci vystačíme ze skupiny primárních aktiv s měnami a bezrizikovými dluhovými cennými papíry, ať už v měně domácí či zahraniční.

Zde je výrazem „bezrizikový“ obecně myšleno nulové riziko úpadku protistrany při nulové citlivosti na vývoj trhu jako celku, a tedy dopředu známá výše výnosu pro danou splatnost, přičemž měnové riziko je zanedbáváno. Ideálním příkladem jsou autoritou na úrovni vlády emitované dluhopisy pro domácího investora. Příslušný výnos označujeme jako domácí bezrizikovou sazbou,  $r_d$ , a zahraniční bezrizikovou sazbou,  $r_f$ , přičemž v článku pro zjednodušení předpokládáme, že výnosová křivka je plochá. Tedy pro vztah,

$$B(t; T) = NH \cdot \exp(-r_d \cdot \tau), \quad (2)$$

kde  $B(t; T)$  je cena dluhového cenného papíru v čase  $t$ , se splatností v  $T$  a nominální hodnotou  $NH$ , platí, že  $r_d$  (či  $r_f$ ) představuje roční výnos a je stejné pro všechna  $\tau$ , kde  $\tau = T - t$ .

Finančními deriváty jsou myšlena specifická aktiva, jejichž hodnota je odvozena od hodnoty *podkladových aktiv*, proto též sekundární nástroje finančního trhu. Důležitým znakem je rovněž minimální potřeba počátečního kapitálu a dále charakter termínového kontraktu, tedy vypořádání obchodu v budoucím čase za předem sjednaných podmínek. Jinak řečeno, v čase  $t$  dochází k dohodě o právu či povinnosti učinit v čase  $T = t + \tau$ , kde  $\tau$  označuje *dobu do zralosti* (splatnosti, realizace; *time to maturity*), s daným aktivem  $S$  (*podkladové aktivum*,

*underlying asset*) obchod za předem dohodnutých podmínek – jedná se zejména o cenu  $K$ . Tu označujeme jako *realizační* či *dodací* cenu (*exercise price*, *strike price* či *delivery price*).

Nejjednoduššími finančními deriváty jsou *forwardy* a *futures*. Oba kontrakty jsou založeny na povinnosti budoucí směny podkladového aktiva (s neznámou budoucí cenou) za předem známou částku – v případě dlouhé pozice se jedná o povinnost nákupu podkladového aktiva, v případě krátké pozice pak o povinnost prodeje. Základní odlišností je, že futures představují oproti forwardům kontrakt, který je standardizován takovým způsobem, že s ním je možné jednoduše obchodovat na organizovaném trhu. Na druhou stranu, forward umožňuje vyspecifikování jednotlivých parametrů tak,<sup>4</sup> aby byly splněny konkrétní potřeby obou stran kontraktu. To má za následek odlišnou likviditu těchto kontraktů i odlišné možnosti dosažení perfektního zajištění – futures mohou vést k problémům vzhledem k nesouladu kótovaných parametrů se zajišťovanou pozicí. Jedná-li se o časový nesoulad, pak hovoříme o *delta-hedgingu*, v případě nesouladu zajišťovaného a podkladového aktiva o *cross-hedgingu*.

Hodnota forwardu (případně i futures) v čase  $t$  se splatností v budoucím čase  $T$  odpovídá rozdílu aktuální hodnoty podkladového aktiva a realizační ceny diskontované bezrizikovou sazbou (v případě nulového dodatečného výnosu):

$$F_{t,T} = S_0 - \exp[-r_d \cdot \tau] \cdot K. \quad (3)$$

Pro forward na zahraniční měnu však má vztah tuto podobu:

$$F_{t,T} = \exp[-r_f \cdot \tau] \cdot S_0 - \exp[-r_d \cdot \tau] \cdot K. \quad (4)$$

Je zde tedy nutné zohlednit výnos fyzického práva k zahraniční měně. V obou případech je rovněž možné formulovat tzv. forwardovou cenu. Ta představuje úroveň realizační ceny kontraktu, při které je jeho hodnota nulová. Konkrétně pro nulový dodatečný výnos:

$$F_{t,T} = 0 \Leftrightarrow K = \exp[r_d \cdot \tau] \cdot S_0 \quad (5)$$

a pro forward na měnu:

$$F_{t,T} = 0 \Leftrightarrow K = \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau] \cdot S_0. \quad (6)$$

K finančním derivátům se dále řadí *swapy* a *opce*. Swapem je obecně myšlena opakovaná směna dvou aktiv (tedy například opakující se forward). Vzhledem k oboustranně symetrickému vztahu mezi stranami kontraktu – strana s dlouhou pozicí má povinnost koupit a strana s krátkou pozicí má povinnost prodat – je možné forwardy, futures a swapy označit jako lineární finanční deriváty.

<sup>4</sup> Zejména typ/druh podkladového aktiva, jeho množství, kvalita, doba zralosti.



Oproti tomu opce jsou příkladem nelineárního finančního derivátu. Základní vlastností je možnost (tj. *opce*) strany s dlouhou pozicí vybrat si, zda opce bude, či nebude uplatněna. Opce obecně představuje právo strany s dlouhou pozicí uskutečnit v daný čas obchod s podkladovým aktivem  $S$ , tj. směnit jej za realizační cenu  $K$ . Podle typu obchodu rozlišujeme *call opce*, z nichž vyplývá právo koupit podkladové aktivum, proto též kupní opce, a *put opce*, z nichž naopak vyplývá právo prodat podkladové aktivum, proto též prodejní opce.

V závislosti na tom, jakým způsobem je určen možný čas uplatnění opce  $s$ , hovoříme o *evropských opcích* nebo *opcích amerických*. Předpokládejme vystavení opce v čase  $t = 0$ . Zatímco evropskou opci bude možné uplatnit pouze v době zralosti  $s = T$ , právo plynoucí z vlastnictví opce americké bude možné realizovat kdykoliv v průběhu intervalu  $[0; T]$ ,  $s \in [0; T]$ . Specifickým případem je *bermudská opce*, kterou je sice taktéž možné uplatnit v průběhu celé životnosti, avšak jen v konkrétních diskretních okamžicích, tj.  $s \in \{0, 1, 2, \dots, T\}$ .

Opce bez stanovení dalších specifických podmínek ovlivňujících jejich uplatnění jsou zpravidla označovány pro svou jednoduchost jako *PV opce* (*plain vanilla options*). Jsou-li v podmínkách kontraktu stanoveny další údaje, které dále komplikují výplatní funkci, označujeme tyto opce jako *exotické*.

V této práci budou pro účely hedgingu měnového rizika aplikovány opce s relativně jednoduchými výplatními funkcemi, konkrétně evropská call opce:

$$\Psi^{call} = (S_T - K)^+, \quad (7)$$

evropská put opce:

$$\Psi^{put} = (K - S_T)^+, \quad (8)$$

hotovostní digitální call opce (*cash-or-nothing-call*):

$$\Psi_{dig/cash}^{call} = Q \cdot I_{S_T \geq K}, \quad (9)$$

výplatou je tedy částka  $Q$ , pokud cena podkladového

aktiva dosáhne ceny realizační, a call opce s bariérou v době zralosti:

$$\Psi_{up/out}^{call} = (S_T - K)^+ \cdot I_{S_T \leq U}. \quad (10)$$

Tato opce má tedy stejnou výplatu jako běžná call opce, pokud cena podkladového aktiva v době zralosti nepřesáhne bariéru  $U$ .

Za účelem určení ceny opcí lze standardně aplikovat model dle Blacka a Scholese (1973), jehož variace na měnu vypadá následovně:

$$f_{t,T}(call) = \exp[-r_f \cdot \tau] \cdot S_0 \cdot N[d_+] - \exp[-r_d \cdot \tau] \cdot K \cdot N[d_-] \quad (11)$$

Zde  $N[x]$  představuje pravděpodobnost, že náhodná veličina  $z$  normovaného normálního rozdělení pravděpodobnosti bude menší nebo rovna  $x$  (distribuční funkce) a

$$d_{\pm} = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + \left( r_d - r_f \pm \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot \tau}{\sigma \cdot \sqrt{\tau}}.$$

Vzhledem k tomu, že hotovostní digitální call opce bude uplatněna, pouze pokud  $S_T$  přesáhne  $K$ , lze její hodnotu vyjádřit z modelu Blacka a Scholese takto:

$$f_{t,T}(dig/cash\ call) = \exp[-r_d \cdot \tau] \cdot Q \cdot N[d_-]. \quad (12)$$

#### 4. Základní metody řízení měnového rizika

Hedgingové strategie lze obecně rozlišit do několika skupin dle toho, s jakými aktivy pracují. Mezi základní metody patří metody s forwardy či futures a metody s *jednoduchými opcemi*. Mimoto existují další dvě možnosti, jak při řešení finančního rizika postupovat – zaujmout buď *krytou*, anebo *nekrytou* pozici. Jelikož všechny čtyři přístupy byly podrobně analyzovány v předcházejícím článku, viz Tichý (2007), je prezentována pouze přehledová tabulka 1.

**Tabulka 1** Základní pozice řízení měnového rizika (na jednotku zahraniční měny)

Název	Nástroj	Počáteční cashflow	Konečné cashflow ze zajištění	Celková pozice v čase $T$ (zajištění + výchozí pozice)
Varianta A	$S$	$-S_0 \cdot e^{-r_d \tau}$	$S_T$	$-S_0 \cdot \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau]$
Varianta B	—	—	—	$-S_T$
Varianta C	$F(K)$	—	$(S_T - K)$	$-S_0 \cdot \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau]$
Varianta D	$F(K')$	$-(K - K') \cdot e^{-r_d \tau}$	$(S_T - K')$	$-S_0 \cdot \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau]$
Varianta E	$f(K)$	$-f_0(K)$	$(S_T - K)^+$	$-(S_T; K)^- - f_0 \cdot \exp(r_d \tau)$
Varianta F	$f(K')$	$-f_0(K')$	$(S_T - K')^+$	$-(S_T; K')^- - f_0 \cdot \exp(r_d \tau)$

Pro snazší objasnění předpokládejme situaci, kdy je určitému subjektu známo, že po uplynutí časového úseku  $\tau$ ,  $\tau > 0$  a  $\tau = T - 0$ , bude muset nakoupit zahraniční měnu  $ZM$  v množství  $Q_{ZM}$  za účelem uhrazení cen výrobních vstupů. Zajišťované aktivum, které bude zároveň podkladovým aktivem využitých derivátů, označíme jako  $S$ ,  $F(x)$  představuje forward s realizační cenou  $x$  z pohledu domácí měny,  $f(x)$  je opce na nákup zahraniční měny za měnu domácí.

Varianta A představuje krytou pozici. Na počátku, tedy v čase  $t = 0$ , je nakoupena zahraniční měna v takovém objemu, aby její zúročení zahraniční bezrizikovou sazbou  $r_f$  přes časový úsek  $\tau$  poskytlo právě objem  $Q_{ZM}$ . Počátečním cashflow v domácí měně tedy je výdaj  $S_0 \cdot \exp[-r_f \cdot \tau] \cdot Q_{ZM}$ . V čase  $T$  následně budeme disponovat zahraniční měnou v objemu  $\exp[-r_f \cdot \tau] \cdot Q_{ZM} \cdot \exp[r_f \cdot \tau] = Q_{ZM}$ , což lze v domácí měně vyjádřit na základě kurzu platného v čase  $T$  takto:  $S_T \cdot Q_{ZM}$ . Celková pozice v čase  $T$  pak bude tvořena dlouhou pozicí v zahraniční měně v objemu  $Q_{ZM}$ , krátkou pozicí v zahraniční měně ve stejném objemu a krátkou pozicí v domácí měně – bezriziková výpůjčka, která byla užita k počátečnímu nákupu zahraniční měny, tj.  $-S_0 \cdot \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau] \cdot Q_{ZM}$ . Tato varianta je proto zcela bezriziková, neboť veškeré parametry jsou známy již od počátku.

Úzce spjatou je Varianta B – *nekrytá pozice*. Zde není v počátečním čase  $t = 0$  vyvinuta žádná aktivita. Pozice je ponechána zcela nekrytá, konečné cashflow vychází z měnového kurzu platného v konečném čase  $T$ ,  $S_T \cdot Q_{ZM}$ . Ve srovnání s Variantou A nedochází k žádnému snížení rizika, je však ponechána možnost profitovat z příznivého vývoje. V souvislosti s tím neexistuje potřeba počátečního kapitálu.

Varianty C a D jsou založeny na využití derivátových kontraktů typu forward na zahraniční měnu. Obě varianty poskytují stejné jištění jako Varianta A, avšak s minimální potřebou počátečního kapitálu. U Varianty C předpokládáme, že je realizační cena kontraktu  $K$  určena takovým způsobem, že je výchozí hodnota forwardu nulová,  $S_0 \cdot \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau]$ . Počáteční cashflow je proto nulové, cashflow v čase  $T$  je výdaj – nákup zahraniční měny za realizační cenu  $K$ . Vzhledem ke kompenzaci se zajišťovanou pozicí je celková pozice dána touto realizační cenou, tj. stejně jako u Varianty A máme  $-S_0 \cdot \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau] \cdot Q_{ZM}$ .

Alternativně, neodpovídá-li realizační cena měnovému kurzu očekávanému v rizikově neutrálním prostředí, Varianta D, nemůže být hodnota forwardu nulová. Pak je v počátečním čase třeba výchozí pozici v derivátu financovat bezrizikovou zápujčkou/

výpůjčkou v domácí měně. Vzhledem ke kompenzaci zajišťované pozice s forwardem a realizační ceny s bezrizikovou pozicí v domácí měně opět odpovídá celková konečná pozice Variantám A a C:

$$(S_T - K - S_T - (K - K')) \cdot Q_{ZM} = -S_0 \cdot \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau] \cdot Q_{ZM}.$$

Na obě varianty, Variantu C i Variantu D, lze rovněž pohlížet z pozice zahraniční měny. Pak by se jednalo o otevření opačné pozice ve forwardu na nákup domácí měny za měnu zahraniční. Je tomu tak proto, že dlouhá pozice ve forwardu  $F$  (DM/ZM) je totožná s krátkou pozicí ve forwardu  $F'$  (ZM/DM).

Pro některé subjekty nemusí být žádoucí odstranit celkové riziko, nýbrž jen jeho část – právě tu, která má nejvíce negativní dopad na finanční situaci. Za tímto účelem lze využít různé opce. K nejjednodušším možnostem patří dlouhá pozice v call opci na zahraniční měnu s realizační cenou ve výši očekávaného kurzu, případně put opce na domácí měnu (z pohledu měny zahraniční). Jelikož opce poskytují právo, jsou s nimi vždy spojeny počáteční výdaje, konkrétně ve výši ceny opce  $f$  (neboli opční prémie).

Call opce dává svému vlastníkovvi možnost nákupu za výhodnější z cen – tedy buď za cenu aktuální, nebo realizační. Cashflow celkové pozice v čase  $T$  proto odpovídá minimu z těchto dvou cen,  $(S_T; K)^-$ , sníženému o převedené výdaje na nákup opce. V rámci Varianty E je předpokládána realizační cena na úrovni očekávaného kurzu. Tímto způsobem sice bude zachována možnost profitovat z příznivého vývoje kurzu, avšak po započtení počátečních nákladů na otevření opční pozice bude střední hodnota odpovídat ostatním variantám<sup>5</sup> a medián bude velmi pravděpodobně horší (tj. nejčastějším výsledkem budou vyšší výdaje). Z toho důvodu může být vhodné aplikovat Variantu F na bázi opce s realizační cenou vyšší, než je očekávaný kurz. Doplňme, že tak jako bylo možné u forwardů vytvořit stejnou pozici pomocí opačné pozice ve forwardu z pohledu druhé měny, u opcí je možné dosáhnout téhož díky put opci na domácí měnu.

Podstata uvedených přístupů je graficky srovnána pomocí obrázku 5, v prvním řádku je obsažena krytá a nekrytá pozice, ve druhém a ve třetím pak strategie s forwardem a opcí, přičemž napravo jsou strategie s deriváty s realizační cenou vyšší, než je cena očekávaná. Ve všech případech je bíle označena

<sup>5</sup> Za splnění některých dalších podmínek, zejména se jedná o shodnost rizikově neutrálního a skutečného přírůstku měnového kurzu.

nekrytá pozice, šedě krytá, přičemž tmavě je zvláště krytí pomocí bezrizikového aktiva, tj. na základě levnějšího derivátu z důvodu, že  $K \geq S_0 \cdot \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau]$ . Obecně předpokládáme, že výchozí kurz odpovídá očekávanému (respektive jejich přirozené logaritmy jsou 100 %, osa  $x$ ) a jeho volatilita je 5 %, osa  $y$  znázorňuje pravděpodobnost.

## 5. Metoda částečného zajištění měnového rizika

V předchozí kapitole byly shrnuty základní přístupy k řízení měnového rizika. Každá z nich má odlišné výhody i nevýhody. Varianta B představuje nulové jištění, avšak nevyžaduje žádnou potřebu výchozího kapitálu. Varianta A znamená fixaci kurzu, a tedy celkové odstranění rizika, avšak při významných nárocích na počáteční kapitál. Varianty C a D umožňují dosáhnout v zásadě téhož, avšak při výrazně nižších počátečních výdajích – využívají se zde finanční deriváty, což jsou pákové instrumenty. Je tedy možné dosáhnout stejného jištění, avšak při potřebě kapitálu do výše několika procent vzhledem k Variantě A.<sup>6</sup> Varianty E a F zamezují dopadu nepříznivého vývoje, současně však umožňují profitovat z vývoje příznivého. To je vyváжено nenulovými počátečními výdaji. Vzhledem k tomu, že jejich výše může být relativně velká, tedy mohou omezit dostupnost těchto strategií, zaměříme se v této kapitole na metody, které umožňují spotřebovat jen část kapitálu, přičemž je však část negativního rizika ponechána nekryta.

Označme  $S$  jako (krátkou) pozici, kterou zajišťujeme,  $C_0$  jako kapitál, který máme na počátku k dispozici, a  $H$  jako portfolio (finančních derivátů), které využijeme ke snížení rizika. Pak celkovou pozici  $\Pi$  v obecném čase  $t$  můžeme formulovat takto:

$$\Pi_t = -S_t + H_t, \quad H_0 \leq C_0. \quad (13)$$

Vzhledem k tomu, že  $H_0$  je velmi pravděpodobně nenulové, je nutné rovněž vyjádřit celkový efekt:

$$\begin{aligned} E_\tau = \Pi_\tau - H_0 \cdot \exp[r_d \cdot \tau] \\ = -S_\tau + H_\tau - H_0 \cdot \exp[r_d \cdot \tau]. \end{aligned} \quad (14)$$

Úspěšnost strategie je možné změřit následujícím způsobem:

$$\Pr(\Pi_\tau \geq X) = \alpha. \quad (15)$$

Je tedy zřejmé, že máme tři proměnné: procentuální úspěšnost  $\alpha$ , hranici úspěšnosti  $X$ , ideálně na úrovni

očekávaného kurzu, a dostupný kapitál  $C_0$ . Obvykle je možné některé z nich zvolit s tím, že další následně dopočteme pomocí optimalizace. Tedy například pro dané  $C_0 = c$  hledáme takovou strukturu portfolia  $H$ , aby pravděpodobnost úspěchu  $\alpha$  byla maximální. Alternativně lze hledat přímo strukturu portfolia  $H^X = H - X$ . Budeme-li uvažovat Variantu E, pak je úspěšnost stoprocentní,  $\alpha = 1$ , přičemž  $X$  odpovídá  $K$ , a minimální potřebný kapitál je dán počáteční cenou call opce.

Jak ukazují Föllmer and Leukert (1999), je-li cílem maximalizovat pravděpodobnost úspěchu při daném výchozím kapitálu nebo ekvivalentně minimalizovat nutný výchozí kapitál pro danou pravděpodobnost úspěchu, je za předpokladu vhodného pravděpodobnostního rozdělení náhodné veličiny<sup>7</sup> optimální strategií akceptace rizika vyplývajícího z krajních scénářů. Nyní tento poznatek aplikujeme na problém hedgingu.

Na obrázku 2 je zachyceno pravděpodobnostní rozdělení náhodné veličiny  $\ln S$  na bázi normálního rozdělení se střední hodnotou  $E[\ln S] = 100\%$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma = 5\%$ . Jelikož právě očekávaná hodnota náhodné veličiny by měla být klíčová pro finanční rozhodování, předpokládáme, že nižší  $\ln S$  než 100% znamenají pozitivní vývoj, vyšší hodnoty pak negativní, přičemž realizační cena kontraktu je na úrovni  $K = E[S_\tau]$ . Pokrytí rizika až po úroveň  $E[S_\tau] + 2\sigma = 110\%$  znamená,<sup>8</sup> že při investování pouze  $k$  kapitálu, tj.

$$C_0^{\text{partial}} = k \cdot C_0^{\text{full}},$$

kde  $C_0^{\text{full}}$  znamená výchozí kapitál pro plné zajištění,  $C_0^{\text{partial}}$  výchozí kapitál pro částečné zajištění a  $k \in [0,1]$ , lze pro  $k = 0.84$  dosáhnout úspěšnosti

$$\Pr(\Pi_\tau \geq X) \equiv \Pr(H_\tau \geq S_\tau) = \alpha = 97.5\%. \quad (16)$$

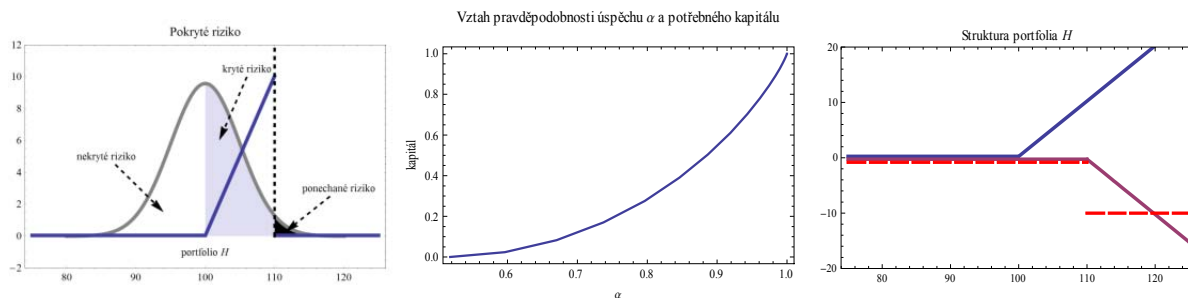
Z uvedené argumentace je zřejmá blízkost s principem VaR. I zde víme, že na dané hladině významnosti, tj. s úrovní spolehlivosti  $\alpha$ , dojde k dosažení nebo překročení hodnoty náhodné veličiny 110, což bude znamenat, že  $\Pi - X < 0$ . Oproti konceptu VaR však jsme jištění pro jakékoliv  $\ln S < 110$ .

Ideálním derivátem, který nám umožňuje dosáhnout cílené výplaty, tedy vzdát se jištění rizika nepříznivého vývoje pro krajní scénáře, je vanilla call opce doplněná o bariéru aktivní jen v době zralosti. Vzhledem k praktické nedostupnosti takového derivátu na organizovaných trzích může být vhodné jeho syntetické vytvoření pomocí portfolia  $H -$

<sup>6</sup> I když je výchozí hodnota kontraktu nulová, za účelem odstranění úvěrového rizika může být požadováno složení zálohy s možností její úpravy v průběhu životnosti kontraktu dle aktuálního vývoje zajišťované pozice. Oproti forwardům lze rovněž využít deriváty futures či případně CFD, princip však zůstává stejný.

<sup>7</sup> Pro daný úsek nerostoucí či neklesající funkce hustoty, v závislosti na zajišťované pozici a úrovni  $X$ .

<sup>8</sup> Dále předpokládáme, že  $S_0 = E[S_\tau]$  a  $r = 1$ .



**Obrázek 2** Strategie částečného zajištění rizika (vlevo), pravděpodobnost úspěchu (uprostřed) a její výplatní funkce (vpravo)

kombinace dlouhé pozice v kupní opci s realizační cenou  $K$ , krátké pozice v kupní opci s realizační cenou  $U$  a krátké pozice v digitální opci typu *cash-or-nothing* s realizační cenou  $U$  a objemem výplaty  $Q = U - K$ . Výplatní funkce jednotlivých složek tohoto portfolia jsou zřejmé z pravé části obrázku 2, v pravé části pak je znázorněna výplatní funkce celkového portfolia.

Na základě takto zkonstruovaného portfolia lze analyticky vyjádřit závislost mezi poměrem potřebného kapitálu  $C$  vzhledem k hodnotě kupní opce s realizační cenou  $K$  a úspěšností strategie  $\alpha$ . Grafický průběh závislosti pro výše analyzovaný příklad je zřejmý z obrázku 2. Je zřejmé, že pro výrazné zvýšení pravděpodobnosti úspěchu je nutné relativně nízké množství kapitálu až po  $\alpha = 0.8$ . Za tímto bodem se zvyšování pravděpodobnosti úspěchu stává dražší a dražší (směrnice křivky je vyšší než jedna).

Můžeme provést následující rekapitulaci:

$$H = k \cdot f_{\text{call}}^{\text{vanilla}}(K) \\ = f_{\text{call}}^{\text{vanilla}}(K) - f_{\text{call}}^{\text{vanilla}}(U) - (U - K) \cdot f_{\text{call}}^{\text{dig/cash}}(U) \quad (17)$$

a

$$\alpha = N(d_-(U)). \quad (18)$$

## 6. Posouzení metody částečného hedgingu

Za účelem posouzení metody částečného hedgingu a jejího porovnání vzhledem k více standardním variantám uvažujeme následující vstupní data (ve shodě s Tichý (2007)): časový úsek, po jehož uplynutí je nutné zahraniční měnu koupit, je 3 měsíce, tj.  $\tau = 0.25$ ; potřebné množství zahraniční měny  $Q = 1\,000\,000$  euro. Výchozí kurz je 28 CZK/EUR. Pro zjednodušený zápis bude dále množství měny udáváno v tisících.

Jednotlivé varianty budou ověřeny pomocí simulování 10 000 náhodných scénářů vývoje měnového kurzu na bázi geometrického Brownova pohybu:

$$S_T = S_{0+\tau} \cdot \exp\left[(r_d - r_f - \sigma^2/2) \cdot \tau + \sigma \cdot \sqrt{\tau} \cdot W\right], \quad (19)$$

přičemž volatilita je předpokládána na úrovni  $\sigma = 0.05$ . Postupně dojde k posouzení jednotlivých

strategií pro všechny přípustné vztahy domácí a zahraniční bezrizikové sazby, tj.  $r_d = r_f$ ,  $r_d < r_f$  a  $r_d > r_f$ , a rovněž pro nenulový dodatečný reálný drift měnového kurzu.

Metoda částečného hedgingu bude zvažována pro počáteční kapitál ve výši  $k = 0.9, 0.75, 0.5$  a  $0.25$  z hodnoty vanilla call opce s realizační cenou  $K = E[S_T]$ , přičemž jednotlivé varianty označíme jako  $Q_{90}$ ,  $Q_{75}$ ,  $Q_{50}$  a  $Q_{25}$ . Pro srovnání se základními strategiemi zvolíme krytou pozici (Varianta A), nekrytou pozici (Varianta B) a vanilla call s  $K = E[S_T]$  (Varianta E), přičemž u všech variant budou určeny počáteční náklady, střední hodnota  $E[E_T]$ , medián  $M[E_T]$ , směrodatná odchylka  $\sigma[E_T]$ , šikmost  $\nu_3[E_T]$ , špičatost  $\nu_4[E_T]$ , kvantily pro  $q = 5\%$  a  $q = 95\%$ , tj. takové  $x$ , pro které platí, že  $\Pr(E_T \geq x) = q$ , pravděpodobnost chyby větší než nula,  $\Pr(E_T > 0)$  – tedy nepříznivého výsledku, a podmíněná střední hodnota tohoto výsledku  $E[E_T | E_T > 0]$ , přičemž  $E_T$  je celkový efekt v čase  $T$  (přepočtené výdaje):

$$E_T = -[\Pi_T - H_0 \cdot \exp[r_d \cdot \tau]] \\ = S_T - H_T + H_0 \cdot \exp[r_d \cdot \tau], \quad (20)$$

kde  $H_T$  je hodnota zajišťovacího portfolia v čase  $T$ , a chybu určujeme vzhledem k benchmarku  $E[S_T]$ :

$$E_T = S_T - H_T - E[S_T]. \quad (21)$$

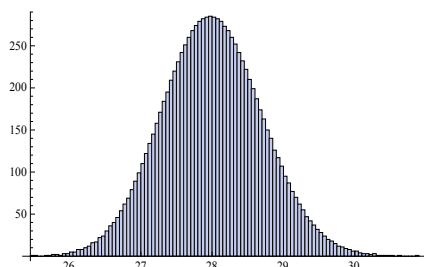
## Shodná úroveň úrokových sazeb

Za předpokladu shodných úrokových sazeb bude očekávaná hodnota budoucího kurzu totožná s hodnotou aktuální, tj.  $E[S_T] = 28$ . Generování náhodných prvků pomocí stratifikace jednotkového intervalu a následné aplikace metody inverzní transformace vede k vcelku dobrým výsledkům, viz histogram pravděpodobnostního rozdělení konečného kurzu (obrázek 3).<sup>9</sup> Střední hodnota i směrodatná odchylka jsou shodné, špičatost je v zásadě

<sup>9</sup> Metoda stratifikace je popsána například v Tichý (2008).



odpovídající (3.0036) a šikmost mírně pozitivní (0.075) – ta určuje, že medián je nepatrně nižší, než střední hodnota (27.991). Na základě tohoto rozdílu určíme chybu odhadu mediánu:  $\varepsilon = 0.009$ .



**Obrázek 3** Histogram pravděpodobnostního rozdělení konečného kurzu při rovnosti bezrizikových sazeb

Statistické charakteristiky celkových nákladů na nákup zahraniční měny v množství  $Q$  jsou uvedeny v tabulce 2 v příloze. Je zřejmé, že všechny metody vedou ke stejné střední hodnotě celkových výdajů ve výši 28 mil. CZK, ostatní charakteristiky se však liší. Výše počátečního kapitálu odpovídá množství prostředků určených pro zajišťovací strategii, tj.  $k$ -krát počáteční vklad Varianty E. Výše počátečních nákladů na sestavení portfolia opcí by měla ovlivnit hodnotu mediánu takto:

$$M[E_T] = E[E_T] + H_0 \cdot \exp[r_d \cdot \tau]. \quad (22)$$

Avšak vzhledem k mírně pozitivní šikmosti simulovaných kurzů, a tedy i chybě mediánu, je nutné postupovat následovně (vlnovka označuje simulované hodnoty):

$$M[E_T] = M[\tilde{E}_T] + \varepsilon = E[\tilde{E}_T] + H_0 \cdot \exp[r_d \cdot \tau] + \varepsilon.$$

Vzhledem k tomu, že metoda částečného hedgingu ponechává část rizika nepokrytu, roste směrodatná odchylka výsledku se snižujícím se objemem počátečního kapitálu. Je rovněž zřejmé, že

$$\lim_{k \rightarrow 1} \sigma[\text{Varianta Q}_k] = \sigma[\text{Varianta E}],$$

a

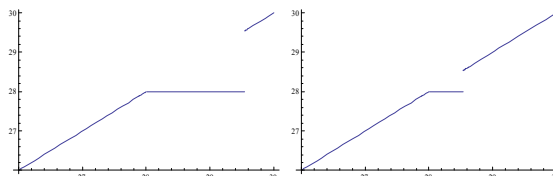
$$\lim_{k \rightarrow 0} \sigma[\text{Varianta Q}_k] = \sigma[\text{Varianta B}].$$

Obdobné závěry lze vypořádat u jednotlivých kvantilů – nižší objem počátečního kapitálu snižuje levé kvantily, na pravé kvantily však zároveň působí i nepokryté riziko v pravé části oboru možných výsledků.<sup>10</sup> Tato nejednoznačnost vlivu se taktéž projevuje u hodnot šikmosti a špičatosti – ani zde nelze vypořádat konstantní závislost.

Co se týče zjištěné chyby, tak ta odpovídá hodnotě  $1 - \alpha$  dle (18). Důležitým parametrem je střední hodnota nepříznivého výsledku, tedy průměr scénářů, pro které výplata zajišťovacího portfolia  $H_T$

nepokryje růst měnového kurzu, tj.  $H_T = 0$  při  $S_T > E[S_T]$ . Zde je nutné zdůraznit, že podmíněná střední hodnota sice klesá s množstvím investovaného kapitálu, avšak pravděpodobnost roste mnohem více.

Přesnější představa o možné chybě při aplikaci strategie částečného zajištění vyplývá z obrázků 4 a 6 (výplata z pozice, histogram pravděpodobnostního rozdělení a vývoj seříděné ztráty, vše pro  $k = 0.9$  (vlevo) a  $k = 0.25$  (vpravo)).



**Obrázek 4** Hodnota zajištěné pozice pro  $k = 0.9$  (vlevo) a  $k = 0.25$  (vpravo).

Z histogramů pravděpodobnostního rozdělení je zřejmý charakter ukončení krytí rizikové pozice. Zatímco při nekryté pozici by se jednalo o symetrickou podobu normálního rozdělení, v případě krytí pomocí opce (Varianta E) je pravá část obrazce nakumulována na úrovni očekávaného kurzu plus náklady na otevření pozice. Pokud však náklady snižujeme, dochází k posunu tohoto sloupce více doleva a zároveň i k jeho snížení. Děje se tak na úkor akceptace výsledků v pravé části spektra.

Pro doplnění je v příloze na obrázku 6 znázorněn i seřazený vývoj ztráty pro jednotlivé scénáře, pro které modifikovaná opce nepokryje hodnotu podkladové pozice. Levé znázornění ( $k = 0.9$ ) lze zároveň chápat jako pravý horní výřez pro  $k = 0.25$ . Vše je podpořeno zobrazením hodnoty zajištěné pozice v závislosti na velikosti kurzu.

### Odlíšná úroveň bezrizikových sazeb

Jestliže budou bezrizikové úrokové sazby v jednotlivých ekonomikách různé, bude se očekávaný budoucí kurz odlišovat od kurzu výchozího. Předpokládáme, že  $r_d = 0.05$  a  $r_f = 0.06$ , pak:

$$E[S_T] = S_0 \cdot \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau] = 27.93.$$

Po vynásobení množstvím  $Q$  získáme očekávané náklady na nákup požadovaného množství zahraniční měny, tj.  $X_T = 27\,930$  Kč. Tato hodnota je stejná pro všechny strategie.

Detailní charakteristiky jsou uvedeny v tabulce 3. Vzhledem k nižší předpokládané částce vynaložené na nákup v budoucnu a vyšší zahraniční sazbě počáteční potřeba kapitálu pro všechny varianty mírně klesá. Opční strategie mají medián opět umístěn mírně napravo od střední hodnoty, směrodatná odchylka se nepatrně snižuje, umístění kvantilů i parametry šikmosti a špičatosti jsou obdobné k dříve prezentovaným výsledkům.

<sup>10</sup> Odlíšnost lze částečně přičíst i na vrub nedokonalé simulace, tj. drobné chyby v šikmosti.

Vzhledem k tomu, že bezrizikové sazby jsou odlišné jen mírně, zůstává přibližně zachována i pravděpodobnost úspěchu strategie. Samozřejmě, pokud by došlo k výraznějšímu odchýlení sazeb, případně změně dalších vstupů, jako je volatilita měnového kurzu, které povedou ke změně cen aplikovaných opcí, změní se i úspěšnost strategie pro dané  $k$ .

Rovněž lze uvažovat situaci, kdy zahraniční bezriziková sazba bude nižší než domácí, tedy  $r_f = 0.04$ . Výsledky však budou obdobné – dojde zejména k mírnému zvýšení předpokládaných nákladů, neboť:

$$E[S_T] = S_0 \cdot \exp[(r_d - r_f) \cdot \tau] = 28.07.$$

### Dopad reálného driftu stochastického procesu – oslabení domácí měny

V předchozí analýze jsme předpokládali, že skutečný průměrný přírůstek měnového kurzu odpovídá přírůstku, který lze očekávat v rizikově neutrálním prostředí na bázi rozdílu  $r_d$  a  $r_f$ . V reálném prostředí však může být situace odlišná. Předpokládejme tedy, že platí shodnost bezrizikových sazeb, domácí i zahraniční, avšak pro účely simulace náhodného vývoje měnového kurzu přepíšeme GBM takto:

$$S_T = S_{0+\tau} \cdot \exp\left[(\mu - \sigma^2/2) \cdot \tau + \sigma \cdot \sqrt{\tau} \cdot W\right]$$

Uvažujme nejdříve, že  $\mu = 0.02$  p.a. – tedy domácí měna oslabuje. V tomto případě je třeba rozlišit kurz očekávaný v rizikově neutrálním prostředí, který zůstává  $E^Q[S_T] = 28.0$  (podstatný pro určení cen opcí), a kurz očekávaný v reálném prostředí:

$$E^P[S_T] = S_0 \cdot \exp[\mu \cdot \tau] = 28.14.$$

Ten je průměrným výsledkem simulace. Kromě toho je nutné rozlišit rizikově neutrální pravděpodobnost úspěchu, určenou pomocí  $E^Q[S_T]$ , a reálnou pravděpodobnost úspěchu, danou  $E^P[S_T]$ .

Přehled základních statistických charakteristik pro jednotlivé varianty je opět obsažen v tabulce 4 s tím, že nyní uvádíme obě pravděpodobnosti, pro rizikově neutrální i reálný vývoj – rizikově neutrální pravděpodobnost odpovídá tabulce 2, reálná pravděpodobnost nepříznivého výsledku je přibližně o polovinu vyšší.

Odlišnost reálného a rizikově neutrálního přírůstku měnového kurzu má za následek významnou odchylku střední hodnoty výsledku všech studovaných strategií. Neboť došlo k oslabení měny, nezohledněném v úrokovém diferenciálu, je dopad nezajištění se pozitivní (varianty B a Q). Na druhou stranu pro všechny varianty Q dochází k růstu reálné pravděpodobnosti chyby oproti pravděpodobnosti rizikově neutrální. Tyto odchylky jsou způsobeny nelineárním postojem k riziku.

Z dalších změn je nutné upozornit na zvýšení směrodatné odchylky, posun mediánu více doprava, výrazně vyšší šikmost i špičatost.

### Dopad reálného driftu stochastického procesu – posílení domácí měny

Zcela opačným případem je reálné posílení domácí měny, což lze chápat jako přínos pro subjekt s povinností zakoupit zahraniční měnu. Předpokládejme tedy záporný drift  $\mu = -0.02$  p.a., což povede k:

$$E^P[S_T] = S_0 \cdot \exp[\mu \cdot \tau] = 27.86.$$

Po vynásobení potřebným množstvím zahraniční měny lze získat celkové náklady pro nekrytou pozici (Varianta B) jako 27 860 Kč, přičemž volatilita bude mírně vyšší. Co se týče celkového efektu částečného zajištění, střední hodnota i medián budou klesat s  $k$ , reálná pravděpodobnost nepříznivého výsledku se však sníží.

## 7. Závěr

Ekonomická aktivita všech tržních subjektů je pravidelně vystavována dopadům stochastického prostředí, které mohou nabývat pozitivních i negativních důsledků. Pro úspěšné fungování podniku je proto účelné přijmout strategii, která umožní omezit výskyt přinejmenším části nepříznivých scénářů.

V tomto článku byla představena metoda částečného zajištění na bázi opce s kombinovanou výplatou, umožňující nefinančním institucím podstatnou měrou snížit riziko nepříznivého vývoje při akceptovatelných nákladech.

Uvedená metoda byla srovnána s vybranými základními strategiemi (krytá pozice, nekrytá pozice, call opce) na případě instituce výrobního typu s očekávanou potřebou platby v zahraniční měně za různých předpokladů – shodná bezriziková sazba versus odlišná bezriziková sazba, rizikově neutrální prostředí versus reálné prostředí.

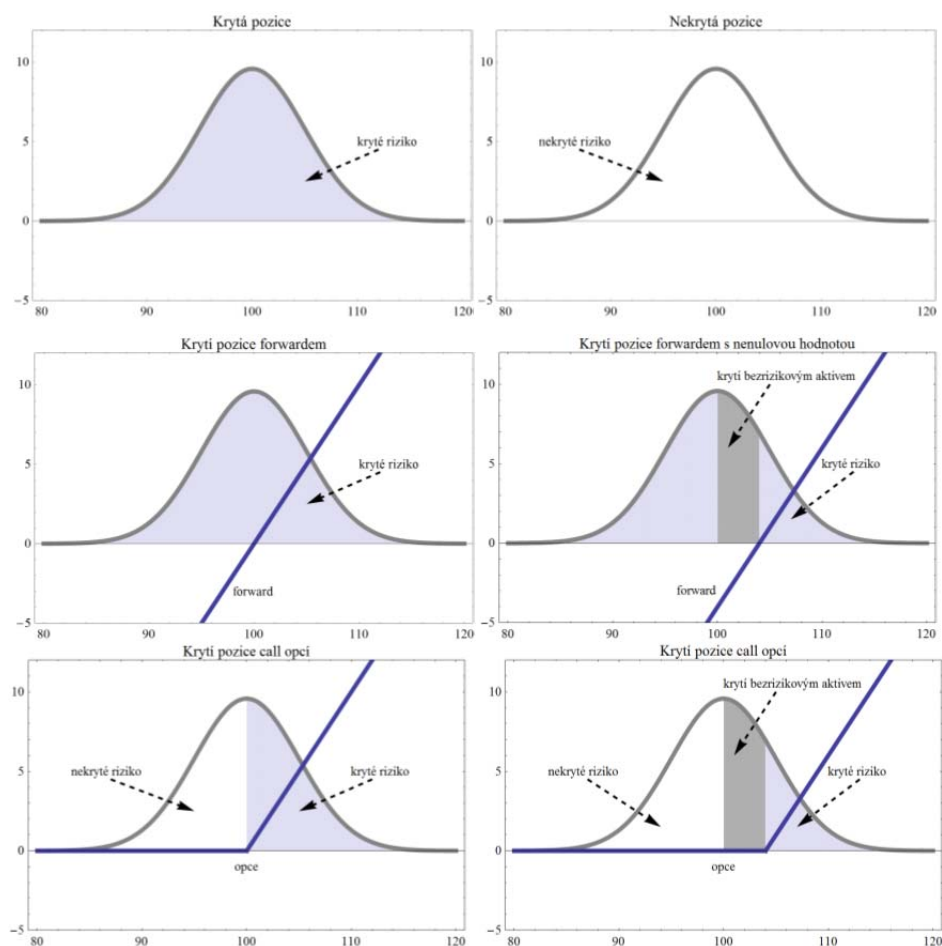
Bylo prokázáno, že zejména odlišný drift podkladového procesu vyžaduje posoudit nejen rizikově neutrální pravděpodobnost úspěchu, nýbrž i reálnou, určenou na základě historických pozorování. Jako vedlejší výsledek bylo ukázáno, že i zdánlivě nepatrná chyba simulace může mít klíčový dopad na interpretaci výsledků – umístění mediánu na opačné straně od střední hodnoty, než by mělo být.

## Literatura

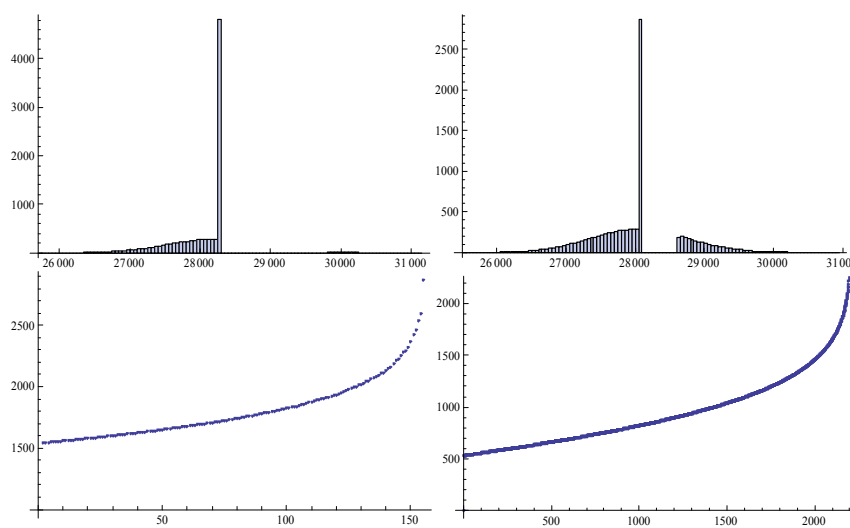
BARTAM, S.M. (2007). Corporate cash flow and stock price exposures to foreign exchange rate risk, *Journal of Corporate Finance* 13: 981–994. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcorpfin.2007.05.002>

- BLACK, F., SCHOLES, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy* 81: 637–659.  
<http://dx.doi.org/10.1086/260062>
- FÖLLMER, H., LEUKERT, P. (1999). Quantile Hedging. *Finance and Stochastics* 3: 251–273.  
<http://dx.doi.org/10.1007/s007800050062>
- FRIBERG, R., GANSLANDT, M. (2007). Exchange Rates and Cash Flows in Differentiated Product Industries: A Simulation Approach. *The Journal of Finance* 62: 2475–2502.  
<http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.2007.01281.x>
- HULL, J.C. (2008). *Options, Futures, & other Derivatives*, 7th ed. Upper Saddle River: Prentice Hall.
- MILLER, M., MODIGLIANI, F. (1958). The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *American Economic Review* 48 (June 1958): 261–297.
- ROSS, M.P. (1996). Corporate hedging: what, why and how? *Working paper*, University of California, Berkeley.
- SERVAES, H., TUFANO, P. (2006). The Theory and Practice of Corporate Risk Management. *Deutsche Bank Survey*, Deutsche Bank, January 2006.
- SMITH, C., STULZ, R.M. (1985). The Determinants of Firms' Hedging Policies, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 20: 391–405.  
<http://dx.doi.org/10.2307/2330757>
- STEIN, J.C., USHER, S.E., LAGATTUTA, D., YOUNGEN, J. (2001). A comparables approach to measuring cashflow-at-risk for non-financial firms, *Journal of Applied Corporate Finance* 13: 8–17.  
<http://dx.doi.org/10.1111/j.1745-6622.2001.tb00430.x>
- STULZ, R.M. (1996). Rethinking Risk Management. *Journal of Applied Corporate Finance* 9: 8–24.  
<http://dx.doi.org/10.1111/j.1745-6622.1996.tb00295.x>
- TICHÝ, T. (2008). Posouzení vybraných možností zefektivnění simulace Monte Carlo při opčním oceňování. *Politická ekonomie* 56: 772–794.
- TICHÝ, T. (2007). Posouzení základních metod hedgingu měnového rizika nefinančních institucí. *Ekonomická revue* 10: 24–41.
- TICHÝ, T. (2006). *Finanční deriváty – typologie finančních derivátů, podkladové procesy, oceňovací modely*, Ostrava: VŠB-TU Ostrava.

# Přílohy



**Obrázek 5** Srovnání základních přístupů k zajištění rizikové pozice



**Obrázek 6** Histogram pravděpodobnostního rozdělení a průběh ztráty pro  $k = 0.9$  (vlevo) a  $k = 0.25$  (vpravo).



**Tabulka 2** Statistické charakteristiky jednotlivých variant (konečných nákladů) při rovnosti bezrizikových sazeb

<i>Variant</i>	$C_0$	$E[\tilde{E}_T]$	$M[\tilde{E}_T]$	$\sigma$	$q(5\%)$	$q(95\%)$	$Pr(Er > 0)$	$E[Er Er > 0]$	$\nu_3[E_T]$	$\nu_4[E_T]$
A	27 652	28 000	28 000	0	—	—	0	—	—	—
B	0	28 000	27 991	700	26 864	29 166	50 %	564	0.0754	3.0036
E	275.783	28 000	28 270	403	27 143	28 279	0	0	-1.5822	5.1117
Q_90	248.205	28 000	28 242	478	27 114	28 251	1.54 %	1 797	0.2128	8.6389
Q_75	206.838	28 000	28 200	552	27 072	28 209	4.67 %	1 491	0.6682	6.8507
Q_50	137.892	28 000	28 131	631	27 002	29 305	11.71 %	1 192	0.6056	4.6103
Q_25	68.946	28 000	28 061	679	26 933	29 236	22.03 %	950	0.3613	3.4622

**Tabulka 3** Statistické charakteristiky jednotlivých variant (konečných nákladů) při vyšší zahraniční bezrizikové sazbě

<i>Variant</i>	$C_0$	$E[\tilde{E}_T]$	$M[\tilde{E}_T]$	$\sigma$	$q(5\%)$	$q(95\%)$	$Pr(Er > 0)$	$E[Er Er > 0]$	$\nu_3[E_T]$	$\nu_4[E_T]$
A	27 583	27 930	27 930	0	—	—	0	—	—	—
B	0	27 930	27 991	698	26 796	29 093	55 %	534	0.0754	3.0036
E	275.095	27 930	28 200	402	27 075	28 209	0	0	-1.5822	5.1117
Q_90	247.585	27 930	28 172	477	27 046	28 181	1.54 %	1 792	0.2128	8.6389
Q_75	206.321	27 930	28 130	550	27 005	28 139	4.67 %	1 488	0.6682	6.8507
Q_50	137.547	27 930	28 060	630	26 935	29 233	11.70 %	1 188	0.6056	4.6103
Q_25	68.774	27 930	27 991	677	26 866	29 163	22.03 %	948	0.3613	3.4622

**Tabulka 4** Statistické charakteristiky jednotlivých variant (konečných nákladů) pro odlišný skutečný drift procesu

<i>Variant</i>	$C_0$	$E[\tilde{E}_T]$	$M[\tilde{E}_T]$	$\sigma$	$q(5\%)$	$q(95\%)$	$Pr(Er > 0)$	$E[Er Er > 0]$	$\nu_3[E_T]$	$\nu_4[E_T]$
A	27 652	28 000	28 000	0	—	—	0	—	—	—
B	0	28 140	28 132	703	26 998	29 312	50 % 42.5 %	619	0.0754	3.0036
E	275.783	28 064	28 279	356	27 277	28 279	0	0	-1.9079	5.4787
Q_90	248.205	28 082	28 251	479	27 249	28 251	1.54 % 2.51 %	1 817	0.9589	10.6731
Q_75	206.838	28 100	28 209	572	27 207	29 521	4.67 % 6.98 %	1 513	1.0820	6.9683
Q_50	137.892	28 120	28 140	656	27 138	29 451	11.71 % 16.11 %	1 220	0.7462	4.2741
Q_25	68.946	28 134	28 070	686	27 067	29 382	22.03 % 28.39 %	985	0.3941	3.2410

